

- 一、請回憶 Cantor 關於「實數多於自然數」的「對角線証法」，以下諸小題將要用到類似的概念
1. 兩位小數 (形如 $0.ab$ 者) 共有 10^2 (10 的 2 方) 個, 請解釋: 0 和 1 之間的實數有 10^N (10 的 N 方)那麼多。
 2. 如果我們把上小題中的 10 , 想像成「 10 個元素的集合」(在上例中, 就是 $0, 1, 2, \dots, 9$, 因為 a 和 b 都各有這 10 種可能), 試寫出 A^B (A 的 B 次方) 有哪些元素, 當 $A=\{0, 1\}$, $B=\{1, 2, 3\}$ 。
 3. 試寫出 B 的所有部份集合, 即: $\{\}, \{1\}, \{1, 2\}, \dots, \{1, 2, 3\}$; 可以看出這和前題中 A^B 有何關係嗎?
 4. 利用 A^B , 而將 B 改為 $B=\{1, 2, \dots, n\}$, 証明:
$$C(n,0) + C(n,1) + C(n,2) + \dots + C(n,n) = 2^n$$
 5. 証明: A^N (也可寫做 2^N) 比 N 多。
 6. 事實上, 10^N 和 2^N 一樣多, 都有 0 和 1 之間的實數那麼多, 可以試著想想是為什麼嗎?

二、關於感覺與意識(即所謂 *sensor*)的敏銳度, 可以舉一些例子嗎? 意思是說, 在某個情境下, 較敏銳的感知能力如何造成一種有意義的差別, 影響了人的生存狀態和生命處境。

三、請去「平台」上看一下課堂公佈事項中「一位同學舉了很好的例子」那篇文章, 然後, 請找兩個實數 b, c , 滿足: $(b \text{ 的立方根}) + (c \text{ 的主方根}) = 2$ 。

四、考慮 $0.111\dots = 1/9$ 這件事情, 也就是

$$1/10 + 1/100 + 1/1000 + \dots = 1/9$$

我們就來想像 $(0,1)$ 區間中一些長度為 $1/10, 1/100, \dots$ 的線段 (可能有些重疊), 它們合起來的長度也不會超過 $1/9$, 也就是不可能函蓋整個 $(0,1)$ 區間, 請利用上述結論, 重土新論証: $(0,1)$ 區間中的實數比自然數多。