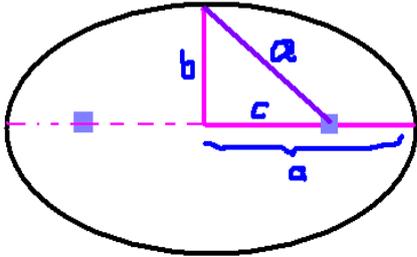


作業 11

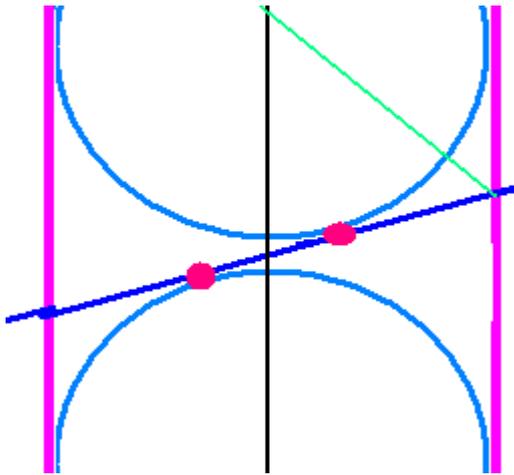
9721201 王重臻

一、

1. 根據對橢圓的熟知，我們將從中心點 O 延著長軸往兩邊延伸 c 長，找到兩焦點。又我們已經知道 $a^2 = b^2 + c^2$ ，因此只需得出 $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ 即可。

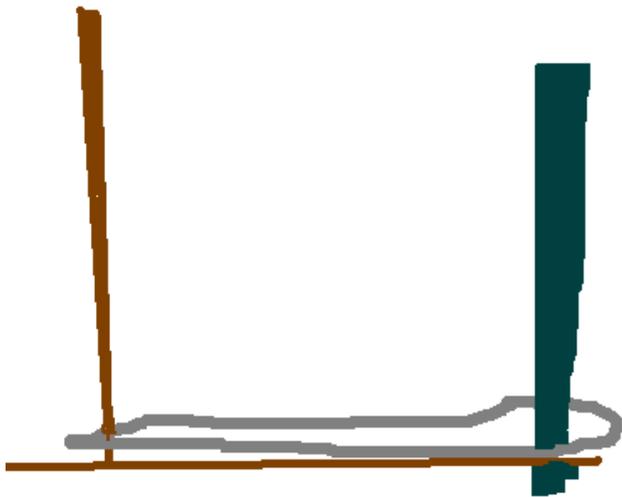


2. 依照側面圖，要找的點為桃紅色的點，也就是上、下半圓與兩鉛直線與藍線分別的交點。由於圓的半徑是固定的，因此我們要先作角平分線（綠線），交中央軸（黑線）與一點，並作交點至藍線的垂足，此即焦點。

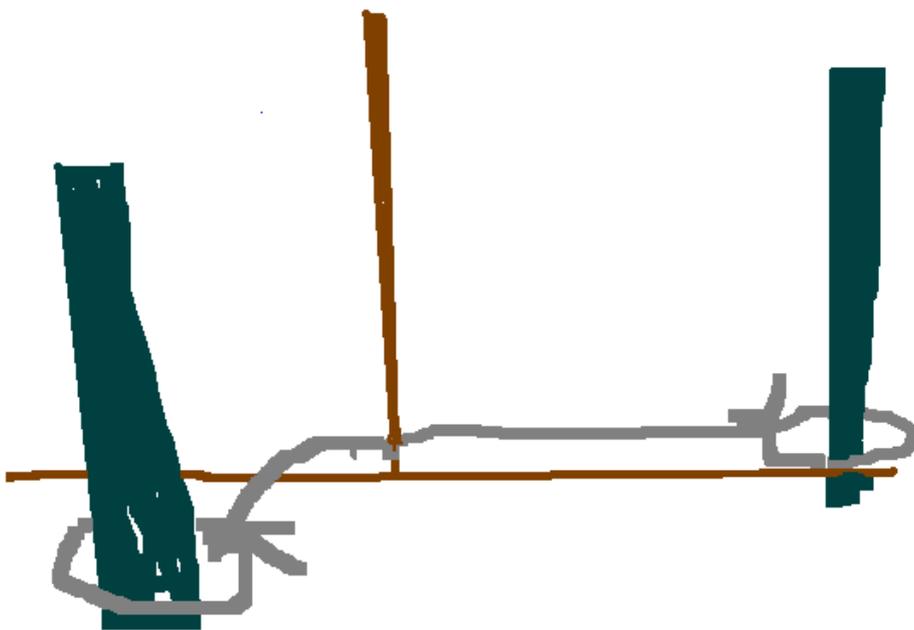


3. 利用過固定一點，切於固定一球的所有切線長皆相等此一性質，可以確知兩法的焦點相同。

二、這些做法的等價性是一個十分巧妙、令人讚嘆的連結，且從它們的證明不難察覺到幾何學裡面暗藏著各式各樣為我們熟知的現象，而它們卻以「極為天然」「甚為優美」的方式呈現在眼前。橢圓，是一種變形的圓，變形的方式是拉長，呈現的方式多采多姿。每個人有不同的切入點，也有不同的觀賞角度，但不論差異有多大，它們總有個屬於自己的開端。我始終相信，橢圓的起始勢必從「拉長」開始，因此我偏好第一個定義，因此對於其他的定義，我則傾向以「做研究中獲得的啟發」作為解釋。例如第二個定義，假設沒有圓規這麼「文明」的道具——只有草繩等「初等」的工具，為了要容納筆尖（樹枝），在作圓時，勢必得如下圖般作圖：



由此，產生「何不用兩個木樁試試」的念頭，因而變成下圖的作法。



類似地，對於其他的定義法，也勢必有它的切入點。一個概念勢必有一個最核心的本質，其餘的等價想法則是由其他的探索而獲得的「巧合」。第一型定義是我認定的「本質」。